

Les modèles de la famille « EBD » ou « EBO »

Michel LEVASSEUR (2006)

Les modèles actuariels d'évaluation d'une action sont nombreux et pour certains déjà fort anciens. C'est le cas, par exemple, du fameux modèle de Gordon-Shapiro. D'autres, même si leur base était déjà connue depuis longtemps, présentent des formulations renouvelées qui ont été source de nombreuses discussions dans la littérature récente. C'est le cas du modèle d'Ohlson. L'objectif de cette note pédagogique est de présenter dans un cadre unifié cette modélisation, de mettre en évidence les hypothèses implicites les plus importantes et de proposer quelques conseils pour une utilisation pratique.

Dans une première partie, nous développerons les fondements communs à cet ensemble de modèles. Dans une deuxième partie, nous nous attacherons à l'évaluation de la firme pour ses actionnaires. Nous partirons des propositions d'Ohlson pour aboutir à une formulation moins restrictive sur la capacité de la firme à disposer d'opportunités d'investissement à VAN positive. Dans une troisième partie, nous aborderons les difficultés propres à l'évaluation d'un titre et aux effets de la dilution engendrée par les opérations sur le capital. Enfin, une quatrième et dernière partie, nous proposerons une illustration d'une utilisation empirique de ces modèles.

1. Principes de base

1.1 Le modèle actuariel de départ

Soient :

- MV_0 la valeur totale de marché des fonds propres (common equities) de l'entreprise à la date 0.
- BV_0 la valeur totale comptable des fonds propres de l'entreprise à la date 0.
- CFE_t les cash-flows attendus à la date t par les apporteurs de fonds propres.
- r le coût des fonds propres ($R=1+r$)

L'équation fondamentale d'évaluation retenue est :

$$MV_0 = \sum_{t=1}^{\infty} E_0 [C\tilde{F}E_t] \cdot R^{-t} \quad (1)$$

1.2 Développement annexe mais indispensable !

Soit une variable Z_t quelconque ; on peut écrire :

$$0 = Z_0 - Z_0 = Z_0 - \frac{Z_0 \cdot R}{R} = Z_0 + \frac{Z_1 - Z_0 \cdot R - Z_1}{R}$$

ou encore

$$0 = Z_0 + \frac{\Delta Z_1 - Z_0 \cdot r}{R} - \frac{Z_1}{R} \quad (2)$$

de même

$$0 = Z_1 + \frac{\Delta Z_2 - Z_1 \cdot r}{R} - \frac{Z_2}{R} \quad (3)$$

En introduisant (3) dans (2), on obtient :

$$0 = Z_0 + \frac{\Delta Z_1 - Z_0 \cdot r}{R} + \frac{\Delta Z_2 - Z_1 \cdot r}{R^2} - \frac{Z_2}{R^2}$$

En posant la condition $\frac{Z_t}{R^t} \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow +\infty$, alors on peut écrire :

$$0 = Z_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\Delta Z_t - Z_{t-1} \cdot r}{R^t} \quad (4)$$

L'équation (4) ne dépend que de la condition posée. Toute variable Z respectant cette condition vérifie l'équation (4) qui n'a donc, en elle-même aucun contenu économique.

1.3 Le modèle actuariel général

Introduisons (4) dans (1), nous obtenons :

$$MV_0 = Z_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \left\{ E_0 [C\tilde{F}E_t] + \Delta Z_t - Z_{t-1} \cdot r \right\} \cdot R^{-t} \quad (5)$$

Décomposons le cash-flow pour les actionnaires en deux composantes :

$$C\tilde{F}E_t = D_t - S_t \quad (6)$$

où D_t représente les dividendes totaux payés en t
 S_t représente les émissions d'actions (si S_t positif) ou les rachats de titres (négatif)

Notons par ailleurs :

$$\Delta B\tilde{V}_t = \tilde{X}_t - \tilde{D}_t - \tilde{S}_t + \tilde{Y}_t \quad (7)$$

où X_t représente résultat net en t

Y_t désigne la variation des fonds propres qui n'est imputable ni au résultat affecté, ni au rachat de titres, ni à l'augmentation de capital

En introduisant (6) et (7) dans (5) et en prenant pour variable Z_t , la variable particulière BV_t , on obtient :

$$MV_0 = BV_0 + \sum_{t=1}^{\infty} E_0[\tilde{X}_t - r \cdot B\tilde{V}_{t-1}] \cdot R^{-t} + \sum_{t=1}^{\infty} E_0[\tilde{Y}_t] \cdot R^{-t}$$

Posons $\tilde{X}_t^a = \tilde{X}_t - r \cdot B\tilde{V}_{t-1}$, on obtient finalement :

$$MV_0 = BV_0 + \sum_{t=1}^{\infty} E_0[\tilde{X}_t^a] \cdot R^{-t} + \sum_{t=1}^{\infty} E_0[\tilde{Y}_t] \cdot R^{-t} \quad (8)$$

L'équation (8) possède plusieurs propriétés largement mentionnées dans la littérature :

- elle permet de décomposer une valeur de marché en d'un côté, une valeur patrimoniale présente et d'un autre côté, l'actualisation d'une suite d'éléments d'enrichissement attendus : super bénéfiques ou bénéfiques résiduels constatés à travers le compte de résultat (\tilde{X}^a) ou accroissements de valeur directement constatés au bilan (Y).
- elle est valable quelque soit le système comptable utilisé. Si le système comptable est prudent, par exemple, et procure des valeurs faibles pour BV , les termes (\tilde{X}^a) seront majorés en conséquence, la somme restant inchangée. De même, si une partie des accroissements de valeur n'est pas enregistrée dans le compte de résultat mais directement au bilan, l'évaluation n'est pas affectée.
- Elle respecte les théorèmes d'indifférence de Miller et Modigliani puisque la politique de dividende est sans effet sur la valeur de marché.

Elle présente cependant pour un usage pratique tous les inconvénients des équations du genre. Si le terme BV_0 est observable, il est nécessaire d'estimer un très grand nombre de termes $E_0[\tilde{X}_t^a]$ ou $E_0[\tilde{Y}_t]$ en sus du coût du capital r .

2. Les modèles de valorisation de la totalité des fonds propres

2.1 Les simplifications autour de Y

Il n'est possible de progresser qu'au prix d'hypothèses restrictives. La première série concerne la variable Y . Deux voies ont été largement empruntées dans la littérature. La première revient à considérer que le système comptable est tel que cette variable ne peut

prendre que des valeurs nulles, ou encore $E_0[\tilde{Y}_t] = 0 \forall t$. Cette hypothèse est connue sous le nom de l'équation vérifiée du « clean surplus » puisque (7) s'écrit alors :

$$\Delta BV = X - D + S$$

Les limites de cette hypothèse sont bien documentées dans la littérature et c'est pourquoi on parle fréquemment de « dirty surplus ». La seconde voie consiste à adopter une autre signification pour la variable BV . BV ne représente plus alors la valeur comptable à venir mais une valeur reconstruite telle que l'équation $\Delta BV = X - D + S$ soit toujours vérifiée. Rappelons que l'équation (5) est générale et vaut pour n'importe quelle variable. Cependant en changeant de variable, on modifie également la signification de la variable X^a (ce qu'on perd dans Y , on le retrouve dans X^a).

2.2 Une première simplification autour de X^a

L'idée première à exploiter est que le résultat résiduel (ou encore en excès sur le profit « normal ») a tendance, du fait entre autre de la concurrence, à disparaître. Pour rendre compte de ce phénomène économique, la modélisation suivante a été avancée :

$$\tilde{X}_{t+1}^a = \omega \cdot X_t^a + \tilde{\varepsilon}_{t+1} \quad (9)$$

$$\text{avec } E_t[\tilde{X}_{t+1}^a] = \omega \cdot X_t^a \text{ et } \omega < R$$

En introduisant (9) dans (8) et en supposant $E_0[\tilde{Y}_t] = 0 \forall t$, on obtient :

$$MV_0 = BV_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \omega^t \cdot X_0^a \cdot R^{-t}$$

ou encore

$$\boxed{MV_0 = BV_0 + X_0^a \cdot \frac{\omega}{R - \omega}} \quad (10)$$

Ce résultat apparaît particulièrement attrayant. En effet, la valeur de marché est un mélange de valeur patrimoniale BV_0 et de la valeur de rentabilité $X_0^a \cdot \frac{\omega}{R - \omega}$. Notons par ailleurs que selon les hypothèses retenues, nous avons :

$$X_0^a = X_0 - r \cdot [BV_0 - X_0 + D_0]$$

L'équation peut donc s'écrire aussi :

$$MV_0 = BV_0 \cdot \left[1 - \frac{r \cdot \omega}{R - \omega} \right] + X_0 \cdot \frac{R \cdot \omega}{R - \omega} - D_0 \cdot \frac{r \cdot \omega}{R - \omega} \quad (11)$$

La même équation peut s'écrire d'une troisième façon. Notons que :

$$E[X_1] - r \cdot BV_0 = \omega \cdot X_0^a$$

(10) devient :

$$MV_0 = BV_0 + \frac{E[X_1] - r \cdot BV_0}{R - \omega}$$

ou encore

$$MV_0 = BV_0 \cdot \left[1 - \frac{r}{R - \omega} \right] + \frac{E[X_1]}{r} \cdot \left[\frac{r}{R - \omega} \right] \quad (12)$$

Plusieurs conclusions peuvent être tirées :

1. La valeur de marché dépend dans ce cas de 3 variables observables : la valeur comptable patrimoniale, le dernier bénéfice connu et le dividende présent (en supposant l'absence d'augmentation de capital ou de rachat d'actions).
2. Si le coefficient de persistance ω est nul, il est clair que $MV_0 = BV_0$. Si ω est égal à 1, $MV_0 = \frac{X_0 + (X_0 - D_0) \cdot r}{r}$. La valeur de marché est égal au bénéfice attendu capitalisé. Le « forward PER » est alors égal à $\frac{1}{r}$. Notons que ce résultat n'exige aucune hypothèse spécifique sur le niveau actuel de X_0^a qui peut être positif. En revanche, X^a ne peut qu'être constant en espérance à l'avenir¹.
3. Si $0 < \omega < 1$, la valeur de marché est un mélange de ces deux valeurs. Notons que la méthode des praticiens constitue un cas particulier où $\frac{r}{R - \omega} = \frac{1}{2}$ ou encore $\omega = 1 - r$. La méthode des praticiens est donc une méthode qui suppose implicitement que le bénéfice résiduel s'estompe régulièrement dans le temps avec un coefficient particulier de persistance $1 - r$.

2.3 Une deuxième simplification autour de X^a

Cette forme de modélisation a été proposée par Ohlson.

Posons :

¹ L'entreprise dispose de suffisamment d'opportunités à VAN positives pour remplacer celles qui disparaissent sur les actifs existants. Mais il n'y aura que stricte compensation.

$$\begin{aligned}\tilde{X}_{t+1}^a &= \omega \cdot X_t^a + v_t + \tilde{\varepsilon}_{1,t+1} \\ \tilde{v}_{t+1} &= \gamma \cdot v_t + \tilde{\varepsilon}_{2,t+1}\end{aligned}\quad (13)$$

où v_t mesure des effets autres que ceux enregistrés dans les résultats passés et susceptibles d'influencer l'avenir.

Il s'en suit :

$$\begin{aligned}E[\tilde{X}_{t+1}^a] &= \omega \cdot X_t^a + v_t \\ E[\tilde{v}_{t+1}] &= \gamma \cdot v_t\end{aligned}$$

En introduisant (13) dans l'équation d'évaluation (8), on obtient :

$$MV_0 = BV_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \omega^t \cdot X_0^a \cdot R^{-t} + \sum_{t=1}^{\infty} R^{-t} \cdot \sum_{s=1}^t \omega^{s-1} \cdot \gamma^{t-s} \cdot v_0$$

ou encore

$$MV_0 = BV_0 + X_0^a \cdot \left[\frac{\omega}{R - \omega} \right] + v_0 \cdot \frac{R}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} \quad (14)$$

En notant que $E_0[\tilde{X}_1^a] = \omega \cdot X_0^a + v_0$, on peut écrire que $v_0 = E_0[\tilde{X}_1^a] - \omega \cdot X_0^a$. L'équation (14) devient :

$$MV_0 = BV_0 + [X_0 - r \cdot (B_0 - X_0 + D_0)] \cdot \left[\frac{\omega}{R - \omega} - \omega \cdot \frac{R}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} \right] + [E_0[\tilde{X}_1] - r \cdot BV_0] \cdot \frac{R}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]}$$

Après réarrangement des termes, l'équation peut s'écrire :

$$MV_0 = BV_0 \cdot \left[1 - \frac{[R - \omega \cdot \gamma] \cdot r}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} \right] - X_0 \cdot \frac{R \cdot \omega \cdot \gamma}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} + D_0 \cdot \frac{r \cdot \omega \cdot \gamma}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} + E_0[\tilde{X}_1] \cdot \frac{R}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} \quad (15)$$

Ce modèle présente l'avantage de relier la valeur de marché à deux valeurs comptables bien connues (valeur des fonds propres et bénéfice), une variable financière observable (dividendes totaux) et enfin une variable de prévision bien suivie par les analystes (bénéfice prévisionnel). Il peut donc faire l'objet de tests empiriques.

Notons enfin qu'au prix de quelques réarrangements supplémentaires, le même modèle peut s'écrire :

$$MV_0 = BV_0 \cdot \left[1 - \frac{r}{R - \omega} \right] + \frac{\bar{X}_1}{r} \cdot \frac{r}{[R - \omega]} + \frac{E_0[\tilde{X}_1] - \bar{X}_1}{r} \cdot \frac{r \cdot R}{[R - \omega] \cdot [R - \gamma]} \quad (16)$$

où $\overline{X}_1 = \omega \cdot [X_0 + (X_0 - D_0) \cdot r] + BV_0 \cdot r \cdot (1 - \omega)$, c'est-à-dire le bénéfice attendu en ne tenant compte que du processus autorégressif et sans connaissance de la variable autonome v_0 .

Nous pouvons constater que ce modèle n'est qu'une extension du premier (équation 12). Vient s'ajouter une troisième composante correspondant au bénéfice supplémentaire dû à d'autres effets. L'unique intérêt du modèle (15) par rapport au modèle précédent (12) est de prendre en compte ces événements particuliers anticipés dans le prochain résultat avec leur persistance propre γ .

2.4 Croissance et valeur de l'entreprise pour ses actionnaires

Les deux modèles précédents ont été développés à partir d'hypothèses portant sur la dynamique des résultats totaux exprimés en unités monétaires. Or, il est fréquent de décomposer un résultat comme le produit d'un volume de capitaux investis et d'un taux de rentabilité. En analyse financière, il est de coutume d'apprécier à la fois l'évolution des taux de rentabilité et celle des coûts des capitaux, chacun étant considéré comme une des composantes sur lesquelles il convient d'agir afin d'améliorer la performance.

Dans les modèles précédents, apparaissent explicitement des mesures comptables des capitaux investis BV . Mais, rien n'est dit explicitement sur l'évolution des taux de rentabilité ROE (ou encore ici, le ratio du résultat X sur la valeur comptable de départ BV).

Le premier modèle permet d'exprimer facilement l'évolution du ROE . En effet, on peut écrire :

$$ROE_t = \frac{X_t^a}{B_t - X_t + D_t} + r \quad \text{et} \quad ROE_{t+1} = \frac{\omega \cdot X_t^a}{B_t} + r$$

En notant $1 + c = \frac{B_t}{B_t - X_t + D_t}$, le taux de croissance attendu des capitaux, on obtient :

$$[ROE_{t+1} - r] = \frac{\omega}{1 + c} \cdot [ROE_t - r]$$

Il est clair que rien n'est supposé dans les modèles précédents sur la dynamique de c . Elle peut être variée. Cependant, si c varie, ceci implique une variation de sens opposé et parfaitement compensatrice de la persistance de l'excès de ROE sur le coût du capital. Est-ce une hypothèse raisonnable ? Cette question ne peut qu'être tranchée empiriquement.

Remarquons que si on suppose la constance du paramètre c (hypothèse habituelle dans ce genre de modèle de longue période), alors la persistance ω du résultat résiduel est le produit de la persistance de l'excès de ROE et du facteur de croissance. Cette remarque peut contribuer à mieux comprendre pourquoi empiriquement on peut observer des estimations élevées pour ω . Elles n'impliquent pas des valeurs aussi élevées en terme de ROE .

2.5 Maintien d'une partie de la rente et valeur de l'entreprise pour ses actionnaires

Une des critiques majeures apportées aux modèles précédents est qu'en choisissant un modèle autorégressif pour les résultats résiduels, on suppose que ces mêmes résultats résiduels tendent vers zéro dans le temps. Or, il est difficile d'accepter l'idée qu'une entreprise ne pourra générer que des opportunités d'investissement à VAN nulles. Ceci supposerait des conditions extrêmement fortes de concurrence.

Une autre voie de modélisation est de supposer qu'une partie du résultat résiduel disparaît avec le temps alors qu'une autre subsiste. Nous proposons ainsi la modélisation suivante en terme de *ROE*.

Posons :

$$E_0[\tilde{X}_t^a] = [k_t + h_t] \cdot BV_{t-1}$$

où k_t est la partie du *ROE* en excès du coût du capital sujette à disparition
 h_t est la partie permanente.

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= k_t \cdot \delta \\ h_t &= h_0 \quad \forall t \end{aligned}$$

Enfin supposons la croissance des capitaux constante :

$$BV_t = BV_{t-1} \cdot (1+c) \quad \forall t$$

Alors, on peut écrire :

$$E_0[\tilde{X}_t^a] = \delta^t \cdot k_0 \cdot BV_0 \cdot (1+c)^{t-1} + h_0 \cdot BV_0 \cdot (1+c)^{t-1}$$

Il s'en suit :

$$\sum_{t=1}^{\infty} E_0[\tilde{X}_t^a] \cdot R^{-t} = k_0 \cdot BV_0 \cdot \frac{\delta}{R - \delta \cdot (1+c)} + h_0 \cdot BV_0 \cdot \frac{1}{R - (1+c)} \quad (17)$$

à la condition que $\delta \cdot (1+c) < R$

Sachant que $X_0^a = [k_0 + h_0] \cdot BV_0 \cdot (1+c)^{-1}$, on peut écrire :

$$BV_0 = X_0^a \cdot (1+c) \cdot \frac{1}{k_0 + h_0} \quad (18)$$

En introduisant (18) dans (17), on obtient :

$$\sum_{t=1}^{\infty} E_0[\tilde{X}_t^a] \cdot R^{-t} = \left[\frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{\delta \cdot (1+c)}{R - \delta \cdot (1+c)} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{(1+c)}{R - (1+c)} \right] \cdot X_0^a$$

ou encore

$$MV_0 = BV_0 + \left[\frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{\omega}{R - \omega} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{(1+c)}{R - (1+c)} \right] \cdot X_0^a \quad (19)$$

en posant $\omega = (1+c)$

L'équation (19) est l'analogue de l'équation (10). Sa forme générale est identique. Simplement trois coefficients interviennent ici : $\frac{\omega}{R - \omega}$ comme précédemment mais aussi $\frac{(1+c)}{R - (1+c)}$ et la part permanente de ROE en excès $\frac{h_0}{k_0 + h_0}$. Cette modélisation a l'avantage d'être compatible avec une hypothèse de projets à VAN positive pour la firme et aussi le maintien d'un avantage concurrentiel sur le long terme. Elle suppose une réinterprétation du coefficient qui affecte le résultat résiduel.

Comme l'équation (10), l'équation (19) peut être réarrangée afin de faire apparaître le résultat attendu. Notons que :

$$E[\tilde{X}_1] = r \cdot BV_0 + [\delta \cdot k_0 + h_0] \cdot BV_0$$

et

$$X_0^a = [k_0 + h_0] \cdot BV_0 \cdot (1+c)^{-1}$$

On peut en déduire :

$$E[\tilde{X}_1] = r \cdot BV_0 + \left[\delta \cdot k_0 + \frac{X_0^a}{BV_0} \cdot (1+c) - k_0 \right] \cdot BV_0$$

ou encore

$$E[\tilde{X}_1] = [r - k_0 \cdot (1 - \delta)] \cdot BV_0 + X_0^a \cdot (1+c) \quad (20)$$

De même, on peut écrire :

$$E[\tilde{X}_1] = r \cdot BV_0 + \left[\delta \cdot \frac{X_0^a}{BV_0} \cdot (1+c) - \delta \cdot h_0 + h_0 \right] \cdot BV_0$$

ou encore

$$E[\tilde{X}_1] = [r + h_0 \cdot (1 - \delta)] \cdot BV_0 + \delta \cdot X_0^a \cdot (1 + c) \quad (20')$$

Les équations (20) et (20') permettent chacune d'exprimer X_0^a en fonction de BV_0 et de $E[\tilde{X}_1]$. En introduisant chacune des expressions dans (19)², on obtient l'équation (21), analogue de l'équation (12).

$$MV_0 = BV_0 \cdot \left[1 - \left\{ \frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r}{R - \omega} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r}{R - (1 + c)} \right\} + \frac{k_0 \cdot h_0 \cdot (1 - \delta)}{k_0 + h_0} \cdot \left[\frac{1}{R - (1 + c)} - \frac{1}{R - \omega} \right] \right] + \frac{E_0[\tilde{X}_1]}{r} \cdot \left\{ \frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r}{R - \omega} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r}{R - (1 + c)} \right\} \quad (21)$$

Nous pouvons observer que la somme des deux coefficients n'est plus égale à 1 dans le cas général. On obtient une surpondération de la valeur comptable, plus ou moins importante selon la part de l'excès de rentabilité sujette à disparition et sa persistance.

Notons que le modèle de Gordon-Shapiro n'est qu'un cas particulier de l'équation (21). En effet, si $k_0=0$, nous avons :

$$MV_0 = \frac{E_0[\tilde{X}_1] - c \cdot BV_0}{r - c}$$

où $E_0[\tilde{X}_1] - c \cdot BV_0$ est le bénéfice distribuable.

Enfin, l'équation (11) a son analogue dans cette formulation. Il suffit de noter que $X_0^a = X_0 - r \cdot [BV_0 - X_0 + D_0]$ et de l'introduire dans l'équation (19) pour obtenir :

$$MV_0 = BV_0 \cdot \left[1 - \left\{ \frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r \cdot \omega}{R - \omega} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r \cdot (1 + c)}{R - (1 + c)} \right\} \right] + X_0 \cdot \left[\frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{R \cdot \omega}{R - \omega} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{R \cdot (1 + c)}{R - (1 + c)} \right] - D_0 \cdot \left[\frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r \cdot \omega}{R - \omega} + \frac{h_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{r \cdot (1 + c)}{R - (1 + c)} \right] \quad (22)$$

² (20') est utilisée pour multiplier X_0^a avec $\frac{k_0}{k_0 + h_0} \cdot \frac{\omega}{R - \omega}$ et (20) pour multiplier X_0^a avec

3. Les modèles de valorisation d'une action

Le passage de l'évaluation de la totalité des fonds propres à celle d'une action peut paraître trivial. A un instant donné, il s'agit seulement de diviser la première par le nombre de titres en circulation n . La réalité est sensiblement différente.

3.1 Valeur d'un titre et dilution attendue

Supposons que le prix unitaire d'un titre soit initialement P_0 et que le prix en 1 espéré en 0 soit $E_0[\tilde{P}_1]$. Si le porteur d'un titre a une exigence de rentabilité R , la relation suivante doit être respectée :

$$P_0 = E_0[\tilde{P}_1] \cdot R^{-1}$$

Si le nombre de titres reste constant et égal à n , nous avons :

$$n \cdot P_0 = n \cdot E_0[\tilde{P}_1] \cdot R^{-1}$$

ou encore

$$MV_0 = E_0[M\tilde{V}_1] \cdot R^{-1}$$

ce qui était l'hypothèse d'actualisation retenue dans le cadre de l'évaluation de la totalité des fonds propres de l'entreprise.

Cependant, dans la réalité, le nombre de titres émis fluctue. Les entreprises procèdent pour différentes raisons à des augmentations de capital ou encore à des rachats de titres. Ces opérations sont susceptibles d'affecter la valeur du titre.

Supposons qu'en période 1, l'entreprise procède à une augmentation de capital de m titres pour un montant S . Dès lors nous pouvons écrire :

$$E_0[\tilde{P}_1] = \frac{E_0[M\tilde{V}_1] + S}{n + m}$$

où $E_0[M\tilde{V}_1]$ est la valeur de marché espérée totale avant l'augmentation de capital

Définissons le coefficient α tel que :

$$\frac{S}{m} = \alpha \cdot \frac{E_0[M\tilde{V}_1]}{n}$$

Si α est égal à 1, l'augmentation de capital se fait au prix du marché ou les droits des anciens actionnaires sont parfaitement conservés (émission réservée aux anciens actionnaires ou présence efficace de droits préférentiels de souscription). Si α est inférieur à 1, l'opération est dilutive. On obtient alors :

$$E_0[\tilde{P}_1] = \frac{E_0[M\tilde{V}_1] + \frac{m}{n} \cdot \alpha \cdot E_0[M\tilde{V}_1]}{n + m}$$

ou encore

$$E_0[\tilde{P}_1] = \frac{n + \alpha \cdot m}{n + m} \cdot \frac{E_0[M\tilde{V}_1]}{n}$$

Si R est le taux de rentabilité exigé par l'actionnaire, alors :

$$E_0[\tilde{P}_1] = P_0 \cdot R$$

Il s'en suit :

$$P_0 \cdot R = \frac{n + \alpha \cdot m}{n + m} \cdot \frac{E_0[M\tilde{V}_1]}{n}$$

En notant que $MV_0 = n \cdot P_0$, la relation devient en posant $\Phi = \frac{n + m}{n + \alpha \cdot m}$:

$$MV_0 = E_0[M\tilde{V}_1] \cdot [\Phi \cdot R]^{-1}$$

Il est clair que la dilution est un facteur de coût supporté par l'actionnaire. En fait, il y a bien deux sortes de coût : ceux qui apparaissent au compte de résultat en soustraction et ceux qui apparaissent à travers la dilution en division. Mais les deux aboutissent au même effet : une diminution des cash-flows disponibles à venir pour l'actionnaire. Cette approche est une extension des théorèmes d'indifférence. Ainsi, qu'un dirigeant soit rémunéré sous forme d'émoluments ou sous forme de stock options, l'effet sera le même pour les actionnaires. Seule la valeur transférée compte³.

Le facteur d'actualisation $[\Phi \cdot R]^{-1}$ incorpore au-delà du taux sans risque, de la prime de risque exigée, une majoration pour la dilution attendue. Si nous supposons que le facteur Φ est constant (la politique de dilution reste stable dans le temps, ce qui dans un modèle à perpétuité est la seule voie empruntable), alors l'équation d'évaluation fondamentale (1) devient :

³ Il est évident que l'on fait abstraction ici des problèmes liés à l'imposition, aux coûts d'agence ou aux aspects de signalling.

$$n \cdot P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} E_0 [C\tilde{F}E_t] \cdot [\Phi \cdot R]^{-t} \quad (1')$$

3.2 Les équations pour un titre

L'équation (19) devient dans ce cas :

$$P_0 = BPS_0 + \left[\frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{\omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{(1+c)}{R_{ps} - (1+c)} \right] \cdot EPS_0^a \quad (19')$$

$$BPS_0 = \frac{BV_0}{n_0} \quad \text{valeur comptable par action du titre}$$

$$R_{ps} = \Phi \cdot R \quad 1 + \text{le taux de rentabilité exigé par le porteur}$$

$$\text{avec } r_{ps} = R_{ps} - 1$$

$$l_0 = h_0 - r_{ps}$$

$$EPS_0^a \quad \text{bénéfice par action résiduel}$$

Notons que le paramètre l_0 mesure la partie de la rente permanente qui est transmise aux actionnaires actuels et qui ne sera pas dissipée à l'avantage de tiers.

L'équation (21) devient :

$$P_0 = BPS_0 \cdot \left[1 - \left\{ \frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps}}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps}}{R_{ps} - (1+c)} \right\} + \frac{k_0 \cdot l_0 \cdot (1-\delta)}{k_0 + l_0} \cdot \left[\frac{1}{R_{ps} - (1+c)} - \frac{1}{R_{ps} - \omega} \right] \right] + \frac{E_0 [E\tilde{P}S_1]}{r_{ps}} \cdot \left\{ \frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps}}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps}}{R_{ps} - (1+c)} \right\} \quad (21')$$

Enfin, l'équation (22) devient :

$$P_0 = BPS_0 \cdot \left[1 - \left\{ \frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot \omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)} \right\} \right] + EPS_0 \cdot \left[\frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{R_{ps} \cdot \omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{R_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)} \right] - DPS_0 \cdot \left[\frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot \omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)} \right] \quad (22')$$

On peut dès à présent suggérer qu'il est préférable de tester empiriquement l'équation (22') plutôt que son analogue (22). En effet, elle tient compte d'une réalité : les coûts de dilution. Ces derniers affectent les coefficients attendus pour les variables, et en particulier BPS_0 et EPS_0 . Plus la dilution est forte, plus faible sera le bénéfice résiduel et plus grand sera le poids de la valeur comptable par action dans l'évaluation.

4. Illustration pour une utilisation empirique

Le plus souvent, l'évaluation d'un titre s'effectue en deux temps. L'analyste développe une étude détaillée des flux attendus pour un horizon limité. Alors, se pose le problème de la détermination d'une valeur finale. C'est à ce stade que des informations générales de marché choisies de manière à ce qu'elles soient pertinentes pour des sociétés ayant atteint une phase de maturité, s'avèrent les plus utiles.

Pour extraire des données disponibles sur le marché les estimations les plus riches, les modèles développés précédemment offrent un cadre de référence particulièrement adapté.

4.1 Méthode pour une estimation

L'équation (22') se réécrit :

$$P_0 = c_1 \cdot BPS_0 + c_2 \cdot EPS_0 - c_3 \cdot DPS_0$$

avec

$$c_1 = 1 - \left\{ \frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot \omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)} \right\}$$

$$c_2 = \frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{R_{ps} \cdot \omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{R_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)}$$

$$c_3 = \frac{k_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot \omega}{R_{ps} - \omega} + \frac{l_0}{k_0 + l_0} \cdot \frac{r_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)}$$

Avant de tester cette relation, il convient de souligner que ce modèle possède de nombreuses limites :

- La première est qu'il ne concerne que des sociétés qui ne sont pas confrontées à des variations brutales de leur performance. En effet, le futur est envisagé comme une évolution régulière en espérance, ce qui est attendu pour l'année à venir est déjà contenu dans l'année précédente. C'est pourquoi il convient d'éliminer de l'échantillon toutes les entreprises en perte puisqu'elles ne le resteront pas éternellement, comme les entreprises à valeur comptable négative ou nulle. De même, les entreprises à PER ou MBR très élevés sont manifestement à des stades transitoires.
- La seconde est que le modèle recourt fréquemment aux théorèmes d'indifférence. Ceci a l'avantage de bien le fonder théoriquement mais il laisse de côté nombre de

facteurs explicatifs liés en particulier aux asymétries d'information. Par exemple, le dividende peut jouer un rôle informationnel spécifique et non modélisé ici.

- La troisième enfin est que l'environnement informationnel est au fond très étroit puisque résumé dans 3 paramètres financiers, certes populaires, mais qui ne devraient pas être exclusifs.

Par ailleurs, d'un point de vue empirique, il convient d'éviter que l'effet de taille ne domine lors de l'estimation des coefficients. Aussi, nous proposons de normer les variables par une mesure de taille. A cette fin, nous retenons la valeur comptable.

Pour tenir compte de l'éventuelle corrélation entre le dividende par action et le bénéfice par action, nous procédons dans un premier temps à une régression linéaire entre ces deux variables :

$$\frac{DPS_0}{BPS_0} = \hat{a}_1 + \hat{a}_2 \cdot \frac{EPS_0}{BPS_0} + \varepsilon_d$$

Nous calculons ensuite une mesure résiduelle du dividende par action :

$$DPSR_0 = \frac{DPS_0}{BPS_0} - \hat{a}_2 \cdot \frac{EPS_0}{BPS_0}$$

Enfin, nous retenons la forme suivante de test :

$$\frac{P_0}{BPS_0} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \cdot \frac{EPS_0}{BPS_0} + \hat{\beta}_3 \cdot DPSR_0 + \varepsilon$$

Nous espérons que le coefficient $\hat{\beta}_1$ fournira une estimation acceptable de c_1 . Le coefficient $\hat{\beta}_2$ devrait être proche de $c_2 - \hat{a}_2 \cdot c_3$. Enfin, pour tenir compte d'un effet éventuel de signalisation de la part des dividendes, le coefficient $\hat{\beta}_3$ sera considéré égal à la somme d'un paramètre s (qui mesurerait un effet positif de signalling) et de $-c_3$.

4.2 Exemple illustratif d'estimation sur le marché canadien

L'échantillon provient de la base canadienne Stock Guide éditée en mai 2002. Il est composé de 1.020 entreprises. Nous avons éliminé dans un premier temps celles qui avaient un effectif déclaré inférieur à 100 et avons conservé 567 firmes. Dans un deuxième temps, nous avons retiré les entreprises qui au cours des deux dernières années avaient des valeurs comptables nulles ou négatives. A l'issue de ce tri, il restait 530 firmes. Dans un troisième de temps, nous avons fait de même avec les entreprises dont le résultat au cours de l'une ou l'autre année a été nul ou négatif. Nous avons retenu 299 sociétés.

Nous avons ensuite procédé au calcul des ratios PER et MBR pour les deux années. Pour constituer l'échantillon d'estimation, nous avons exigé que les PER soient inférieurs à 30 pour

les deux années et que les MBR soient inférieurs à 5. Parmi les 205 entreprises qui ont satisfait ces contraintes, nous n'avons retenu que les seules 125 firmes qui ont payé un dividende au cours de chacune des deux années. On peut raisonnablement penser que cet échantillon est relativement représentatif d'entreprises ne présentant pas des caractéristiques exceptionnelles. Leur PER moyen était de 13,98 et leur MBR moyen de 1,64. Les valeurs moyennes étaient de 0,1263 pour la variable EPS/BPS⁴ et de 0,0413 pour la variable DPSR.

Concernant la régression préliminaire du dividende sur le bénéfice, les résultats montrent que le R² est particulièrement faible : 0,007. Le coefficient $\hat{\alpha}_2$ est égal à 0,077 et n'est pas significatif (écart-type de 0,082). La correction ici n'était pas nécessaire.

Le R² de la régression générale est de 0,538 et les coefficients estimés sont les suivants :

	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
Coefficient	0,326	9,668	2,288
Ecart-type	0,120	0,830	0,914

Nous pouvons constater d'emblée que le coefficient $\hat{\beta}_3$ a un signe positif et qu'il est significatif au seuil de 1%. Ceci suggère la présence d'un effet autonome (de signalling ?) du dividende.

Le deuxième point est que le modèle retenu suggère que le rapport $\frac{\hat{\beta}_2}{1 - \hat{\beta}_1}$ devrait être de

l'ordre de $\frac{R_{ps}}{r_{ps}}$. En reprenant les estimations précédentes, on obtient pour r_{ps} une valeur de

7,50 %. Certes, l'écart-type autour de $\hat{\beta}_1$ est particulièrement grand par rapport au coefficient. En faisant varier de plus ou moins un écart-type l'estimation de $\hat{\beta}_1$, un intervalle allant de 6,09 % à 8,95 % peut être proposé. Ces estimations ne semblent pas déraisonnables pour un coût du capital⁵.

Il est bien évident que nous aurions pu obtenir des valeurs beaucoup moins vraisemblables. Si elles avaient été trop faibles (élevées), ceci aurait pu s'expliquer soit parce que la dernière valeur du résultat connu ne constitue pas une base solide pour représenter une évolution à long terme de la rentabilité : derniers résultats anormalement bas (hauts)⁶, soit parce que le modèle n'est pas adapté. Dans les deux cas, le message est clair : on ne peut utiliser les ratios de marché actuels qu'avec beaucoup de circonspection.

Même si ce modèle peut le permettre, l'objectif premier n'est pas d'obtenir une estimation du coût du capital. Il existe bien d'autres voies en finance pour l'obtenir. Par exemple, on peut recourir au CAPM et estimer ce coût comme la somme du taux sans risque et d'une prime de

⁴ Qui n'est rien d'autre que le ROE.

⁵ Il s'agit ici d'un coût du capital unique pour toutes les entreprises. Il n'y a pas de différence de niveau de risque. En tout état de cause, cette estimation doit être comprise comme un taux pour le marché dans son ensemble.

⁶ L'économie est en bas (haut) de cycle, par exemple.

risque pour le marché. D'ailleurs, pour juger du caractère vraisemblable de l'estimation précédente, nous avons bien besoin d'un tel modèle alternatif. L'intérêt principal de ce modèle est de nous intéresser aux facteurs de croissance qui interviennent ici sous la forme de 3 paramètres : c le taux d'expansion, $\frac{l_0}{k_0 + l_0}$ la part permanente de l'excès de rentabilité (que nous désignerons par la suite par p et enfin ω le coefficient de persistance de la part de l'excès de rentabilité appelée à disparaître.

Afin de pouvoir extraire une information utile à l'évaluation de titres, nous proposons de procéder suivant le schéma d'analyse suivant :

1. Faisons l'hypothèse que tout l'excès de rentabilité est permanent, alors p est égal à 1.

Le modèle suggère que $\hat{\beta}_2 = \frac{R_{ps} \cdot (1+c)}{R_{ps} - (1+c)}$. En reprenant les estimations précédentes

pour le coût du capital r_{ps} (7,5%), on peut extraire une estimation du c implicite. Dans le cas étudié, on obtient une valeur de c égale à -3,26 %. Avec un coût du capital plus élevé (8,95%), la valeur reste négative : -2,08 %. Quelle interprétation peut-on retirer ? D'abord, le modèle est peut-être mal spécifié ou mal estimé. Mais aussi, il est possible que ce soit l'hypothèse de p égal à 1 qui s'avère beaucoup trop optimiste. Si c'est le cas, il faudrait que le volume de capitaux se rétrécisse pour conserver la valorisation et l'hypothèse de permanence de l'excès de rentabilité. Nous préférons conclure dans ce cas qu'une partie de l'excès de rentabilité est amenée à se dissiper et donc que p est strictement inférieur à 1.

2. La difficulté est ici que la croissance est décrite à travers 3 paramètres et que nous ne disposons plus que d'une estimation $\hat{\beta}_2$. Dans tous les modèles courants d'évaluation, il est nécessaire d'émettre une hypothèse sur le taux de croissance à long terme. Pour de tels modèles à perpétuité, il est certainement raisonnable de ne retenir qu'une valeur compatible avec l'évolution de variables macro-économiques. Nous proposons donc de faire une hypothèse sur c fondée sur une argumentation exogène. On pourrait donc retenir le taux de croissance attendu dans l'économie canadienne. A titre de simple exemple, retenons une valeur de 3% pour c . Nous allons pouvoir rechercher les couples p et ω compatibles avec la valeur prise par $\hat{\beta}_2$.

p	0,1	0,2	0,3	0,393	0,4	0,5
ω implicite	0,948	0,910	0,809	0,001	ns	ns

3. L'étude des résultats précédents suggère un premier résultat. Au maximum, la part permanente de l'excès de rentabilité ne peut pas être supérieure à 39,3%. Dans ce cas, le coefficient de persistance pour l'autre part serait voisin de 0, ce qui signifierait qu'elle disparaîtrait dans l'espace d'une année. Il est certainement plus plausible de cet ajustement soit plus graduel. Dans ce cas, la part permanente est encore plus faible.

Le ROE moyen dans l'échantillon est de 12,63%, le coût du capital retenu est de 7,50%. L'excès de rentabilité est donc de 5,13%. En utilisant cette dernière

statistique, on peut compléter le tableau précédent et faire apparaître une mesure de la rente permanente.

p	0,1	0,2	0,3	0,393	0,4	0,5
Rente permanente	0,51%	1,03%	1,54%	2,02%	ns	ns

Celle-ci ne peut dépasser 2,02%. Si on accepte l'idée d'un ajustement graduel du ROE, elle devrait vraisemblablement se situer à l'intérieur de l'intervalle 0,51% - 1,54%. Par exemple, pour une rente permanente de 1%, p vaut 0,194 et ω implicite est égal à 0,913⁷.

La modélisation précédente a permis de mieux représenter la croissance anticipée implicitement par le marché. Il reste à mettre en évidence l'aspect propre au dividende qu'on pourrait attribuer au « signalling ». Le paramètre s peut être estimée à travers la quantité $\hat{\beta}_3 + (1 - \hat{\beta}_1)$. On obtient ici : 2,962.

4.3 Exemple de valorisation

Prenons le cas d'une entreprise dans la valeur comptable par action est de 3,53, le résultat par action s'élève à 0,58 et le dividende par action s'établit à 0,17. En reprenant les données de marché précédentes, on peut vérifier que le ROE actuel (16,43%) excède de loin le coût du capital retenu (7,5%). L'excès de rentabilité est de 8,93%.

Nous supposerons que seulement 1% subsistera de manière permanente (les 7,93% se dissiperont progressivement). Le paramètre p vaut donc 0,112.

En supposant un taux de croissance sur le long terme de 3% et en reprenant un coefficient de persistance de 0,913 et une valeur de 2,962 pour s , on obtient un prix de 6,65.

5. Conclusion

Le problème clé dans toute évaluation d'entreprise est de cerner ce que certains appellent la création de valeur, d'autres les résultats résiduels, tout ce qui contribue à la croissance. Si ces éléments n'existaient pas, l'évaluation en serait grandement facilitée. Les mesures patrimoniales suffiraient.

Si les excès de rentabilité se limitaient aux actifs en place, si l'entreprise était assurée de les conserver et si elle était incapable de générer des opportunités à VAN positive, alors il suffirait de capitaliser le résultat à venir au coût actuel du capital. Les mesures fondées sur les multiples de bénéfice suffiraient.

⁷ Ce qui correspond à une persistance en terme de ROE de $\frac{0,913}{1,03} = 0,886$

Mais, la réalité est plus complexe. C'est pourquoi les analystes aiment étudier la capacité de l'entreprise à générer des cash-flows ou des bénéfices particuliers dans les années à venir. Cependant, toute prévision a un horizon limité. Se pose alors avec acuité le problème de la détermination d'une valeur terminale.

Comment aborder le long terme ? Faut-il faire preuve d'une extrême prudence et considérer que la firme ne générera à terme aucun profit en excès du coût de ses ressources ? Cela revient à introduire une discontinuité brutale dans la série des prévisions considérées. Faut-il considérer que les taux de rentabilité des dernières années du cycle de prévision se perpétueront ? Cela peut pêcher par optimisme. La modélisation qui a été ici rappelée et développée, tente d'apporter une solution plus satisfaisante en adoptant une évolution progressive des taux de rentabilité et le maintien d'une rente à long terme, tout en se limitant à la prise en compte de 3 variables financières : la valeur comptable par action, le bénéfice par action et le dividende par action..

L'une des richesses principale des modèles de la famille « EBD » est d'exploiter l'information contenue à la fois dans la valeur comptable des fonds propres et dans le résultat attendu. Nous avons tenté de montrer de plus qu'il était possible, à partir d'une étude empirique, d'extraire des paramètres de marché utiles pour rendre compte de cette croissance. Tous ces éléments conduisent à proposer une mesure des valeurs terminales plus riche. L'enjeu n'est pas mince car cette valeur terminale représente le plus souvent une part déterminante de la valeur présente.

Référence

Ohlson, J. 1995. Earnings, book values and dividends in equity valuation. Contemporary Accounting Research 11 (Spring); 661-87.